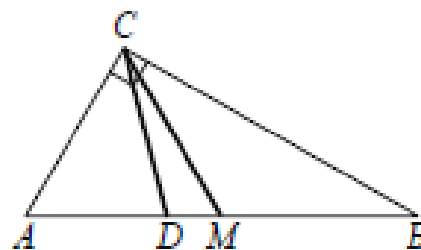


**ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ К ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ИСПЫТАНИЯМ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

1.

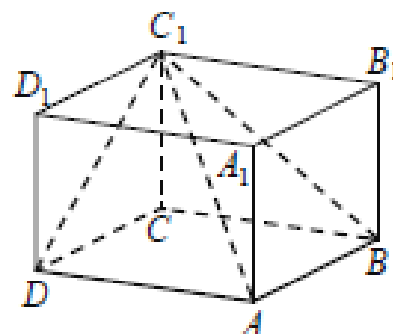
Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 21° . Найдите величину угла между биссектрисой CD и медианой CM , проведёнными из вершины прямого угла C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BC = 9$, $CD = 3$, $CC_1 = 7$. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, C_1 .



Ответ: _____.

3.

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Изумруд» играет два матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Изумруд» начнёт игру с мячом не больше одного раза.

Ответ: _____.

4.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна $0,1$. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна $0,05$. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: _____.

5.

Найдите корень уравнения $\sqrt{9x - 47} = 4$.

Ответ: _____.

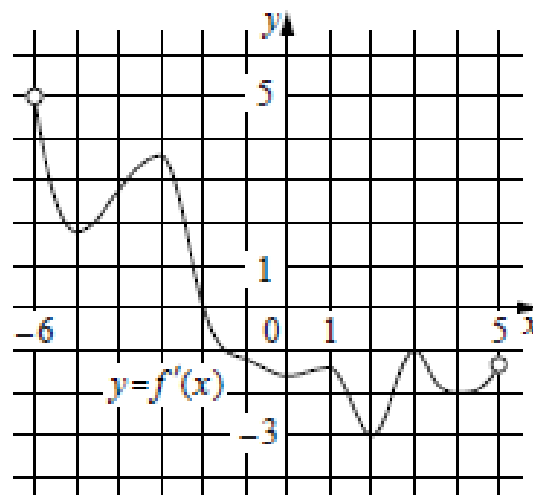
6.

Найдите значение выражения $5\sqrt{2} \cos^2 \frac{7\pi}{8} - 5\sqrt{2} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____.

7.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

8.

Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 (в атмосферах). Работа A (в Дж), совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 10,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите давление p_2 воздуха в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа 29 430 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

Ответ: _____.

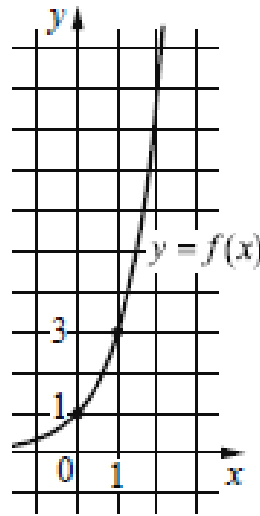
9.

Катя и Настя, работая вместе, пропальвают грядку за 24 минуты, а одна Настя — за 42 минуты. За сколько минут пропальвует грядку одна Катя?

Ответ: _____.

10.

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



Ответ: _____.

11.

Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 300x + 5$.

Ответ: _____.

12.

а) Решите уравнение

$$\log_3(3^{2x} + 5\sqrt{2} \sin x - 6\cos^2 x - 2) = x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

13.

На рёбрах AC , AD , BD и BC тетраэдра $ABCD$ отмечены точки K , L , M и N соответственно, причём $AK:KC = 2:3$. Четырёхугольник $KLMN$ — квадрат со стороной 2.

а) Докажите, что прямые AB и CD перпендикулярны.

б) Найдите расстояние от вершины B до плоскости KLM , если объём тетраэдра $ABCD$ равен 25.

14.

Решите неравенство
$$\frac{8^{x+\frac{2}{3}} - 9 \cdot 4^{x+\frac{1}{2}} + 13 \cdot 2^x - 13}{4^{x+\frac{1}{2}} - 9 \cdot 2^x + 4} \leq 2^{x+1} - \frac{1}{2^x - 2} + \frac{3}{2^{x+1} - 1}.$$

15.

В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 375 000 рублей?

16.

Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P . Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

- а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.
- б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP . Найдите длину отрезка AL , если радиус большей окружности равен 34, а $BC = 32$.

17.

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{7x-4} \cdot \ln(x^2 - 8x + 17 - a^2) = 0$$

имеет на отрезке $[0; 4]$ ровно один корень.

18.

Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

- а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?
- б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?
- в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?